บทความวิชาการ

การคำนวณหาอายุวัตถุโบราณ

สุธน เสถียรยานนท์*

*สาขาวิชาเคมีและเคมีอุตสาหกรรม คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏบ้านสมเด็จเจ้าพระยา 1061 ซอยอิสรภาพ 15 ถนนอิสรภาพ แขวงหิรัญรูจี เขตธนบุรี กรุงเทพฯ 10600

ธาตุกัมมันตรังสีจะสลายตัวและแผ่รังสีตลอดเวลา อัตราการสลายตัวของนิวไคลด์จะเป็นปฏิภาคโดยตรงกับจำนวนนิวไคลด์ ซึ่งการสลายตัวของนิวไคลด์ของธาตุกัมมันตรังสีเป็นปฏิกิริยาอันดับหนึ่ง (First order reaction) ซึ่งเขียนเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

อัตราการสลายตัว $= -\frac{dN}{dt} \propto N$

$$\boxed{-\frac{dN}{dt} = \lambda N} \quad \ldots (1)$$

เมื่อ N = จำนวนนิวไคลด์กัมมันตรังสี

λ = ค่าคงที่อัตราจำเพาะของการสลายตัว

จากสมการ (1) จะได้ $\boxed{\frac{dN}{N} = -\lambda dt}$

Integrate จาก No = จำนวนนิวไคลด์ที่เวลา : t = 0

และ N = จำนวนนิวไคลด์ที่เวลา : t = t

$$\boxed{\int_{N_0}^{N} \frac{1}{N} \cdot dN = -\lambda \int_{t_o}^{t} dt}$$

$$\text{Ln}\,\frac{N}{N_o} = -\lambda t \quad \ldots (2)$$

หรือ

$$\boxed{2.303 \log \frac{N}{N_o} = -\lambda t} \quad \ldots (3)$$

ในทางปฏิบัติจะวัดอัตราการสลายตัวในเทอมของแอกติวิตี (A) จากสมการ (3) จะได้

$$\boxed{2.303 \log \frac{A}{A_o} = -\lambda t} \quad \ldots (4)$$

ครึ่งชีวิต (Half - Life) ตัวย่อ $t_{\frac{1}{2}}$ หมายถึง ระยะเวลาที่นิวไคลด์กัมมันตรังสีสลายตัวเหลือครึ่งหนึ่งของปริมาณเริ่มต้น จากสมการ (3) จะได้

$$\boxed{2.303 \log \frac{\frac{1}{2}N_o}{N_o} = -\lambda t_{\frac{1}{2}}}$$

$$2.303 \log \frac{1}{2} = -\lambda t_{\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{2.303 (\log 1 - \log 2) = -\lambda t_{\frac{1}{2}}}$$

$$-2.303 \log 2 = -\lambda t_{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore \quad t_{\frac{1}{2}} = \frac{2.303 \text{x} 0.3010}{\lambda}$$

นั่นคือ $\boxed{\text{ครึ่งชีวิต } (t_{\frac{1}{2}}) = \frac{0.693}{\lambda}}$

ตัวอย่างที่ 1 กะโหลกศีรษะมนุษย์โบราณวัดค่า ^{14}C ได้เป็น 0.682 เท่าของ ^{14}C ที่พบในกะโหลกศีรษะมนุษย์ที่มีชีวิต กะโหลกศีรษะมนุษย์โบราณนี้มีอายุกี่ปี เมื่อครึ่งชีวิตของ ^{14}C เท่ากับ 5770 ปี

วิธีคิด จากสูตร

$$\boxed{2.303 \log \frac{A}{A_0} = -\lambda t \quad \ldots (1)}$$

และ $$t_{\frac{1}{2}} = \frac{0.693}{\lambda}$$

$$\therefore \quad \lambda = \frac{0.693}{t_{\frac{1}{2}}} = \frac{0.693}{5770} = 1.20 \times 10^{-4} \text{ ต่อปี}$$

แทนค่าในสูตร (1) จะได้

$$2.303 \log 0.682 = -1.20 \times 10^{-4} \times t$$

$\therefore$ อายุของกะโหลกศีรษะมนุษย์โบราณนี้

$$= 3.189 \times 10^{3}$$

$$= 3189 \text{ ปี}$$

ตัวอย่างที่ 2 เก็บเปลือกหอยจากทะเลแห่งหนึ่งมาวัดแอกติวิตีของ ^{14}C ได้ 7 ครั้งของการสลายตัวต่อนาทีต่อกรัม จงคำนวณหาอายุของเปลือกหอย เมื่อครึ่งชีวิตของ ^{14}C เท่ากับ 5730 ปี

วิธีคิด จากสูตร

$$\boxed{t_{\frac{1}{2}} = \frac{0.693}{\lambda} \quad \ldots (1)}$$

$$\therefore \quad \lambda = \frac{0.693}{5730} = 1.209 \times 10^{-4} \text{ ต่อปี}$$

จากสูตร $$\boxed{2.303 \log \frac{A}{A_o} = -\lambda t \quad \ldots (2)}$$

กัมมันตรังสี : ^{14}C ⇨ กัมมันตภาพรังสีของ ^{14}C ของสิ่งมีชีวิตในขณะที่ยังมีชีวิตอยู่มีค่า 15.3 dpm ต่อกรัม หมายความว่า ^{14}C 1 กรัม มีกัมมันตภาพรังสี 15.3 ในการแตกสลายต่อนาทีต่อกรัม แทนค่าสมการ (2) จะได้

$$\boxed{2.303 \log \frac{7}{15.3} = -(1.209 \times 10^{-4})(t)}$$

$$\therefore \quad t = 6500 \text{ ปี}$$

นั่นคือ อายุของเปลือกหอย = 6500 ปี

ตัวอย่างที่ 3 มัมมี่สาวชาวอียิปต์ที่ขุดค้นพบ เมื่อนำส่วนหนึ่งของร่างกายของมัมมี่สาวชาวอียิปต์มาเผาได้ถ่านหนัก 1.3 กรัม เมื่อนำมาวัดรังสีปรากฏว่านับได้ 399 ครั้งในเวลา 40 นาที จงหาว่าสาวชาวอียิปต์คนนี้ตายมานานแล้วกี่ปี เมื่อครึ่งชีวิตของ ^{14}C เท่ากับ 5730 ปี

วิธีคิด ถ่าน 1.3 กรัม มีอัตราการสลาย $= \frac{399}{40}$

$= 9.975$ dpm

ถ่าน 1 กรัม มีอัตราการสลาย $= \frac{1 x 9.975}{1.3}$

$= 7.673$ dpm/g

จากสูตร $$\boxed{2.303 \log \frac{A}{A_o} = -\frac{0.693}{t_{\frac{1}{2}}} \times t}$$

แทนค่าจะได้

$$2.303 \log \frac{7.673}{15.3} = -\frac{0.693}{5730} \times t$$

$$\boxed{2.303 \log \frac{7.673}{15.3} = -(1.21 \times 10^{-4}) \times t}$$

$$\therefore \quad t = 5697 \text{ ปี}$$

ดังนั้นสาวชาวอียิปต์คนนี้ตายมานานแล้ว = 5697 ปี

ตัวอย่างที่ 4 ซากเรือโบราณทำด้วยไม้ นำไม้มาส่วนหนึ่งทำการเผา พบว่าได้ CO_2 7.32 กรัม วัดกัมมันตภาพรังสีใน CO_2 ได้เท่ากับ 10.8 dis/min จงคำนวณหาอายุของซากเรือโบราณนี้ เมื่อครึ่งชีวิตของ ^{14}C เท่ากับ 5730 ปี (มวลอะตอมของ C = 12, O = 16)

วิธีคิด มวลของคาร์บอนในซากเรือโบราณ

$$= (7.32\text{ g } CO_2)\left(\frac{1 molCO_2}{44g}\right)\left(\frac{1 molC}{molCO_2}\right)\left(\frac{12gC}{molC}\right)$$

$$= 2.00 \quad \text{g C}$$

The specific activity is therefore

$$= \frac{10.8 dis/\min}{2.00g}$$

$$= 5.40 \quad \text{dis/min.g}$$

จากสูตร

$$\boxed{2.303 \log \frac{A}{A_o} = -\frac{0.693}{t_{\frac{1}{2}}} \times t}$$

$$\therefore \quad t = -2.303\left(\log\frac{5.40}{15.3}\right)\left(\frac{5730}{0.693}\right)$$

$$= 8610 \quad \text{ปี}$$

ดังนั้นอายุของซากเรือโบราณ = 8610 ปี

ตัวอย่างที่ 5 กระดูกไดโนเสาร์พบว่ามี ^{14}C activity เท่ากับ 2.80 dis/min . g carbon จงคำนวณอายุของไดโนเสาร์ เมื่อครึ่งชีวิตของ ^{14}C เท่ากับ 5730 ปี

วิธีคิด จากสูตร

$$\boxed{2.303 \log \frac{A}{A_o} = -\frac{0.693}{t_{\frac{1}{2}}} \times t}$$

แทนค่าจะได้

$$2.303 \log \frac{2.80}{15.3} = -\frac{0.693}{5730} \times t$$

$$\boxed{\therefore \quad t = -(2.303)\left(\log\frac{2.80}{15.3}\right)\left(\frac{5730}{0.693}\right)}$$

$$= 14000 \quad \text{ปี}$$

ดังนั้นอายุของไดโนเสาร์ = 14000 ปี

ตัวอย่างที่ 6 แบตเตอรี่ที่อยู่ในนาฬิกาสลายตัวให้อนุภาคบีตาจากแหล่งพลังงานปฐมภูมิ ^{147}Pm ถ้าครึ่งชีวิตของ ^{147}Pm เท่ากับ 2.62 ปี จงคำนวณหาเวลาที่ใช้กี่ปี จึงทำให้อัตราการสลายตัวของแบตเตอรี่ให้อนุภาคบีตาลดลงเหลือร้อยละ 10 ของค่าเริ่มต้น

วิธีคิด จากสูตร

$$\boxed{2.303 \log \frac{A}{A_0} = -\lambda t}$$

$$2.303 \log \frac{A}{A_o} = -\frac{0.693}{t_{\frac{1}{2}}} \times t$$

แทนค่าจะได้

$$\boxed{t = -(2.303)\left(\log\frac{10}{100}\right)\left(\frac{2.61}{0.693}\right)}$$

$$= 8.7 \quad \text{ปี}$$

ดังนั้นจะต้องใช้เวลา = 8.7 ปี

ตัวอย่างที่ 7 นำคาร์บอนบริสุทธิ์ตัวอย่างหนัก 100 mg จากถ่านหินพบว่าอัตราการสลายตัวเป็น 0.25 counts/min จงคำนวณหาอายุของถ่านหิน เมื่อครึ่งชีวิตของ ^{14}C เท่ากับ 5730 ปี

วิธีคิด มวลคาร์บอน $= 15.3 \quad g^{-1}$

$$= 15.3 \times \frac{100}{1000}$$

$$= 1.53 / 100 \quad \text{mg}$$

จากสูตร

$$\boxed{2.303 \log \frac{A}{A_0} = -\lambda t}$$

$$2.303 \log \frac{A}{A_o} = -\frac{0.693}{t_{\frac{1}{2}}} \times t$$

$$\boxed{2.303 \log \frac{0.25}{1.53} = -\frac{0.693}{5730} \times t}$$

$$-1.81 = -\left(\frac{0.693}{5730}\right) \times t$$

$$\therefore \quad t = 15000 \quad \text{ปี}$$

ดังนั้นอายุของถ่านหิน = 15000 ปี

ตัวอย่างที่ 8 การวิเคราะห์ซากเรือที่ทำจากไม้ชนิดหนึ่ง พบว่ามี ^{14}C อยู่ร้อยละ 1 ไม้ชนิดนี้ เมื่อมีชีวิตอยู่พบว่ามี ^{14}C อยู่ร้อยละ 3 ซากเรือนี้มีอายุเท่าใด กำหนดค่าครึ่งชีวิตของ ^{14}C เป็น 5730 ปี

(log 2 = 0.30 , log 3 = 0.48)

วิธีคิด จากสูตร

$$\boxed{2.303 \log \frac{A}{A_0} = -\lambda t}$$

$$2.303 \log \frac{A_0}{A} = \lambda t$$

$$= \frac{0.693}{t_{\frac{1}{2}}} \times t$$

แทนค่าจะได้

$$\boxed{2.303 \log \frac{3}{1} = \frac{0.693}{5730} \times t}$$

$$2.303 (\log 3 - \log 1) = \frac{0.693}{5730} \times t$$

$$2.303 \log 3 = \frac{0.693}{5730} \times t$$

$$2.303 \times 0.48 = \frac{0.693}{5730} \times t$$

$$\boxed{\therefore \quad t = \frac{2.303 x 0.48 x 5730}{0.693} \text{ ปี}}$$

$$= 9140.22 \text{ ปี}$$

ดังนั้นซากเรือนี้มีอายุ = 9140.22 ปี

ตัวอย่างที่ 9 คาร์บอน-14 เป็นธาตุกัมมันตรังสีมีครึ่งชีวิต 5600 ปี จงคำนวณหาอายุของชิ้นไม้ที่ให้ 10 counts per minute per gram of carbon เปรียบเทียบกับตัวอย่างไม้ปัจจุบันที่ให้ 15 counts per minute per gram of carbon

วิธีคิด จากสูตร

$$\boxed{2.303 \log \frac{A}{A_0} = -\lambda t}$$

$$2.303 \log \frac{A}{A_o} = -\frac{0.693}{t_{\frac{1}{2}}} \times t$$

$$\boxed{2.303 \log \frac{10}{15} = -\frac{0.693}{5600} \times t}$$

$$2.303 \log \frac{15}{10} = \frac{0.693}{5600} \times t$$

$$\boxed{2.303 \log 1.5 = 1.24 \times 10^{-4} \times t}$$

$$\therefore \quad t = 3270 \text{ ปี}$$

ดังนั้นอายุของชิ้นไม้ = 3270 ปี

ตัวอย่างที่ 10 ปฏิกิริยาอันดับหนึ่งเกิดสมบูรณ์ร้อยละ 40 ใช้เวลา 20 นาที จงคำนวณจะต้องใช้เวลากี่นาทีปฏิกิริยาจะเกิดสมบูรณ์ร้อยละ 80

วิธีคิด For a first-order reaction

$$\boxed{2.303 \log \frac{A}{A_0} = -\lambda t} \quad \ldots (1)$$

$$\text{หรือ } 2.303 \log \frac{A_0}{A} = \lambda t = kt \quad \ldots (2)$$

$$\boxed{2.303 \log \frac{a}{a-x} = kt} \quad \ldots (3)$$

a = initial concentration = 100%

x = decrease in concentration

= 40% at time t = 20 min = 1200 s

a – x = remaining concentration

= 60% at time t = 1200 s

แทนค่าในสมการ (3) จะได้

$$\boxed{2.303 \log \frac{100}{60} = k \times 1200}$$

$$\therefore \quad k = 4.3 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

For 80% reaction , (a-x) = 20% and

$$\boxed{2.303 \log \frac{100}{20} = 4.3 \times 10^{-4} \times t}$$

$$\therefore \quad t = 3790 \text{ s}$$

$$= 63 \text{ นาที}$$

ดังนั้นจะต้องใช้เวลา = 63 นาที

ตัวอย่างที่ 11 จากการวิเคราะห์ผงถ่านที่ขุดพบจากถ้ำๆ หนึ่งพบว่า ^{14}C ที่นับได้โดยใช้เครื่องนับไกเกอร์มูลเลอร์ เท่ากับ 8.6 ครั้งต่อกรัมต่อนาที จงคำนวณหาอายุของผงถ่านนี้ กำหนด ^{14}C มีครึ่งชีวิต 5770 ปี และจำนวนครั้งที่นับได้สำหรับไม้ที่ยังมีชีวิตอยู่เท่ากับ 15.3

วิธีคิด จากสูตร

$$\boxed{\lambda = \frac{0.693}{t_{\frac{1}{2}}}}$$

$$= \frac{0.693}{5770}$$

$$= 1.20 \times 10^{-4} \text{ ต่อปี}$$

จากสูตร

$$\boxed{\log \frac{A_0}{A} = \frac{\lambda t}{2.303}}$$

$$\log \frac{15.3}{8.6} = \frac{(1.20 \times 10^{-4})\,t}{2.303}$$

$$\therefore \; t = 4800 \text{ ปี}$$

ดังนั้นอายุของผงถ่านนี้ = 4800 ปี

ตัวอย่างที่ 12 จากการวิเคราะห์กระดาษบันทึกประวัติศาสตร์ชิ้นหนึ่ง ณ บริเวณ Dead Sea ในตะวันออกกลางพบ $^{14}_{6}C$: $^{12}_{6}C$ เป็นเพียงร้อยละ 79.5 ของพืชที่มีชีวิตอยู่ในปัจจุบัน กระดาษชิ้นมีนี้อายุประมาณกี่ปี กำหนดให้ครึ่งชีวิตของ $^{14}_{6}C$ เท่ากับ 5770 ปี

วิธีคิด จากสูตร

$$\boxed{\lambda = \frac{0.693}{t_{\frac{1}{2}}}}$$

$$= \frac{0.693}{5770}$$

$$= 1.20 \times 10^{-4} \text{ ต่อปี}$$

จากสูตร

$$\boxed{\log \frac{A_0}{A} = \frac{\lambda t}{2.303}}$$

$$\log \frac{100}{79.5} = \frac{(1.20 \times 10^{-4})\,t}{2.303}$$

$$\boxed{\therefore \; t = \frac{2.303}{1.20 \times 10^{-4}} \log \frac{100}{79.5}}$$

$$= 1890 \text{ ปี}$$

นั่นคือกระดาษชิ้นนี้มีอายุ = 1890 ปี

ตัวอย่างที่ 13 ผลจากการวิเคราะห์หินก้อนหนึ่งพบมี ^{238}U และ ^{206}Pb อยู่ 1.3×10^{-5} กรัม และ 3.4×10^{-6} กรัม ตามลำดับ จงคำนวณหาอายุของหินก้อนนี้ กำหนดให้ ^{238}U มีครึ่งชีวิตเท่ากับ 4.5×10^{9} ปี

วิธีคิด จะต้องหา ^{238}U ที่เวลาเริ่มต้น (t = 0) ซึ่งเท่ากับ

^{238}U ที่เหลือ + ^{238}U ที่สลายไปเป็น ^{206}Pb

^{206}Pb หนัก 206 กรัม เกิดจากการสลายของ ^{238}U หนัก = 238 กรัม

^{206}Pb หนัก 3.4×10^{-6} กรัม เกิดจากการสลายของ ^{238}U หนัก = $\frac{238 \times 3.4 \times 10^{-6}}{206}$ กรัม = 3.9×10^{-6} กรัม

$\therefore$ ^{238}U ที่เวลาเริ่มต้น = $(1.3 \times 10^{-5})+(3.9 \times 10^{-6})$ กรัม

= 1.7×10^{-5} กรัม

จากสูตร

$$\boxed{\log \frac{N_0}{N} = \frac{\lambda t}{2.303}}$$

$$\log \frac{1.7x10^{-5}}{1.3x10^{-5}} = \frac{0.693}{4.5x10^{-9}} \times \frac{t}{2.303}$$

$$\boxed{\therefore \; t = 1.8 \times 10^{9} \text{ ปี}}$$

นั่นคือหินก้อนนี้มีอายุ = 1.8×10^{9} ปี

เอกสารอ้างอิง

Blomfield, M.M., and Stephens, L.J. (1996). **Chemistry and the living Organism** (6th ed.). John /Wiley & Son.

Brady, J.E., and Holum, J.R. (1988). **Fundamental of Chemistry** (3th ed.). John/Wiley & Son.

Devid, E.G. (1999). **Chemisty**. New York: McGraw-Hill.