

# เพอร์สเปกทีฟ

ชะเอม สายทอง\*

\*โปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏบ้านสมเด็จเจ้าพระยา 1061 ถนนอิสรภาพ แขวงหิรัญรูจี เขตธนบุรี กรุงเทพฯ 10600

**เพอร์สเปกทีฟ (perspective)** เป็นเครื่องมือของการสร้างภาพ 3 มิติ เป็นแขนงหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์ที่นำไปประยุกต์ในการออกแบบ การสร้างสื่อที่เคลื่อนไหวได้เช่น เกมคอมพิวเตอร์ ภาพยนตร์โฆษณา เป็นต้น โดยใช้หลักการเพอร์สเปกทีฟเป็นเครื่องขยายในการมองเห็น วิชาคณิตศาสตร์จัดให้เรื่องราวของเพอร์สเปกทีฟเป็นหน่วยความรู้สำคัญในวิชาเรขาคณิตเชิงภาพฉาย (projective geometry)

## ประวัติทางคณิตศาสตร์

ประมาณ ค.ศ.1415 ฟิลิปโป บรูเนลเลสกี (Filippo Brunelleschi : 1377 – April 15, 1446) (ภาพที่ 1) นักสถาปัตยกรรมที่มีชื่อเสียงของอิตาลีในสมัยฟื้นฟูศิลปวิทยา (Renaissance) ได้แสดงวิธีการทางเรขาคณิตที่เรียกว่าเพอร์สเปกทีฟซึ่งศิลปินได้นำมาใช้ในการเขียนแบบและเขียนภาพ การแสดงของเขาคือการวาดโครงร่างของสิ่งก่อสร้างในสไตล์ศิลปะของเมืองฟลอเรนซ์ (Florentine) ลงบนกระจกเมื่อโครงร่างของภาพวาดได้ถูกต่อเติมเขาสังเกตเห็นว่าเส้นตรงทั้งหลายได้ลู่เข้าสู่เส้นแนวนอน และเขายังได้พบข้อเท็จจริงว่าภาพเขียนบนกระจกของ

สถานที่ในโบสถ์ที่ยังไม่มีประตูเข้าออกของโบสถ์เมื่อมองลอดครุเล็กๆ ออกไปทางข้างหลังของภาพจะเห็นเป็นภาพภายในโบสถ์ จึงเกิดแนวคิดของความรู้ทางเพอร์สเปกทีฟ (ตัวอย่างในภาพที่ 2)

นักศิลปะของของอิตาลีในสมัยฟื้นฟูศิลปวิทยาได้ใช้ความรู้เรขาคณิตแบบเพอร์สเปกทีฟในงานเขียนโดยเฉพาะการเขียนภาพต่างๆ ตามวิหารโบสถ์ และสิ่งก่อสร้างอื่นๆ ตัวอย่างเช่น ภาพวาดของ ปิเอโตร เปอรูจिन (Pietro Perugino) แสดงสถาปัตยกรรมที่ตั้งตระหง่านในพื้นที่สี่เหลี่ยมตารางหมากรุกที่เป็นจุดเริ่มต้นของศาสนาคริสต์ (ภาพที่ 3) พื้นที่สี่เหลี่ยมกระดานหมากรุกนี้เป็นหลักการเบื้องต้นของเรขาคณิตแบบเพอร์สเปกทีฟ เส้นตรงเหล่านี้ลู่เข้าสู่จุดลึกลับ และมียอตราส่วนแนวนอนลู่เข้าหาจุดลู่เข้าด้วยระยะทางทางเรขาคณิตที่สามารถกำหนดได้ นี่กลายเป็นส่วนหนึ่งของศิลปะของการออกแบบภาพ แนวทางของเพอร์สเปกทีฟเป็นการเขียนภาพที่เริ่มต้นจากจุดเดี่ยวๆ ที่มองเห็นและขยายไปยังส่วนประกอบอื่นๆ ของสิ่งของ

การใช้เพอร์สเปกทีฟเขียนภาพในสมัยฟื้นฟูศิลปวิทยาเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว ฟิลิปโป บรูเนลเลสกีเป็นคนแรกที่เข้าใจเพอร์สเปกทีฟ โดยมีเพื่อนนักคณิตศาสตร์อีกหลายคนเป็นผู้ร่วมคิดแต่ไม่ได้มี



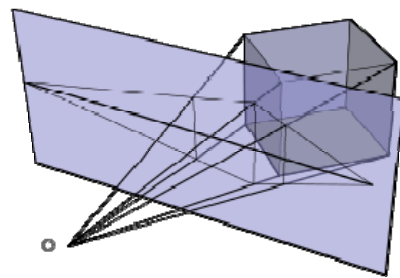
ภาพที่ 1. รูปปั้นของฟิลิปโป บรูเนลเลสกิ  
ที่มา : (<http://en.wikipedia.org>)



ภาพที่ 2. ภาพภายในโบสถ์ซานลอเรนโซ (Nave of the San Lorenzo : ค.ศ.1421-1440) แสดงถึงภาพเพอร์สเปคทีฟ  
ที่มา : (<http://en.wikipedia.org>)



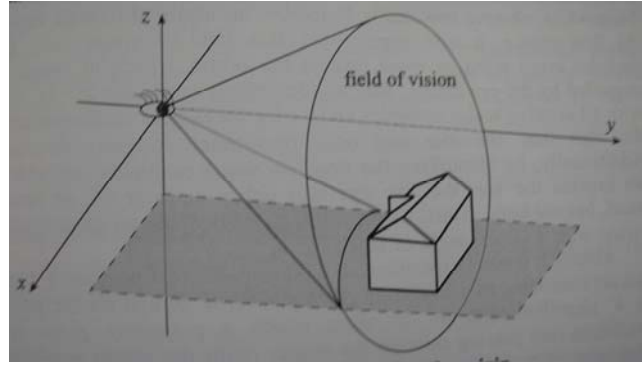
ภาพที่ 3. ภาพวาดโบสถ์โรมัน (the Sistine Chapel) โดย ปิเอโตร เปอรูจิโน วาดด้วยปูนเปียกในปี ค.ศ.1481-1482  
ที่มา : (<http://en.wikipedia.org>)



ภาพที่ 4. รังสีของแสงผ่านวัตถุไปตกยังระนาบของภาพและผ่านสายตาเป็นหลัก การเบื้องต้นของเพอร์สเปคทีฟ  
ที่มา : (<http://en.wikipedia.org>)



ภาพที่ 5. ยูคลิด (300 ปีก่อนคริสต์ศักราช)  
ที่มา : (<http://en.wikipedia.org>)



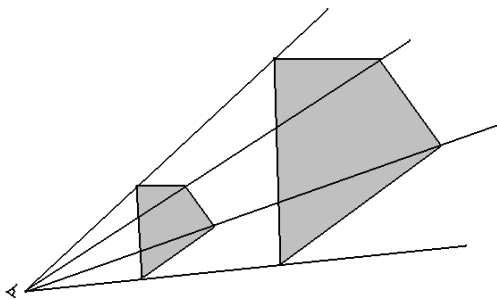
ภาพที่ 6. ขอบเขตการมองเห็นด้วยสายตาคอนปกติ  
ที่มา : (Henle, 2001, p.137)

## หลักการของเพอร์สเปกทีฟ

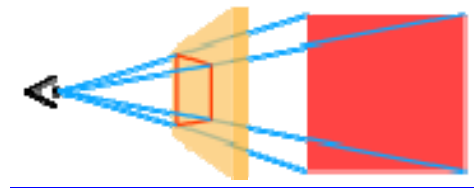
สามารถอธิบายเพอร์สเปกทีฟได้โดยประยุกต์หลักการศิลปะเชิงกราฟ พิจารณาจากภาพที่ 6 สายตาที่มองเห็นมีข้อจำกัดใน 2 ทาง คือ

1. มองเห็นวัตถุภายในขอบเขตที่เห็น (field of vision) ซึ่งอยู่ในวงรีที่วงไว้ จุดยอดของกรวยกลมอยู่ที่ดวงตา ภาพที่มองออกไปสำหรับคนปกติ จะวัดขนาดของมุมที่จุดยอดของกรวยได้ประมาณ 120 องศา ซึ่งมุมนี้วัดได้จากขนาดของเรตินา และระยะทางจากวัตถุ

2. สายตามองไปที่จุดในแนวเส้นตรง ไม่สามารถมองเห็นด้านหลังของวัตถุ เพราะฉะนั้นจุดประสงค์ของการมองเห็นหุ่นหรือสิ่งของคือจุดทั้งหมดจะอยู่ในรังสีจากสายตาเท่านั้น เพราะสายตามองเห็นจุดเหล่านั้นเพียงครั้งเดียว ในหลักการทางคณิตศาสตร์จุดเหล่านี้สามารถกำหนดเป็นจุดตรงกันข้ามกับวัตถุได้ ดังรูปตัวอย่างในภาพที่ 7



ก



ข

ภาพที่ 7. (ก) และ (ข) รังสีของแสงฉายไปยังภาพ ไปปรากฏบนจอ  
ในแนววงเดียวกันกับการที่ตามองเห็น

หลักการทางคณิตศาสตร์ที่ค้นพบและนำไปประยุกต์ของเพอร์สเปกทีฟ มีบทนิยามและทฤษฎีบทที่สำคัญดังต่อไปนี้

**บทนิยาม 1.** ปริภูมิยูคลิดสามมิติ  $V$  (Three – dimensional Euclidean space  $V$ ) คือเซตของจุด  $p = (x, y, z)$  ซึ่งแทนด้วยพิกัดจำนวนจริง 3 จำนวน หลายจุด ระนาบจำนวนจริง เชิงภาพฉาย (real projective plane)  $P_2$  คือเซตของจุดทั้งหมดใน  $V$  ยกเว้นจุดกำเนิด นั่นคือ

$$P_2 = \{ p = (x, y, z) \mid x, y, z \text{ เป็นจำนวนจริง ยกเว้นทุกค่าเป็น } 0 \}$$

ภายใต้เงื่อนไขที่ว่าแต่ละจุดคือจุดเอกเทศ ด้วยค่าสเกล่าที่ไม่เป็น 0 คูณกับตัวของมันเอง ดังนั้น  $p$  ก็คือ  $kp$  เมื่อ  $k$  เป็นจำนวนจริงไม่เป็น 0

□

**บทนิยาม 2.** จุดในระนาบจำนวนจริงเชิงภาพฉาย  $P_2$  คือเส้นในปริภูมิยูคลิดสามมิติ  $V$  ที่ผ่านไปตลอด ยกเว้นจุดกำเนิด เส้นในระนาบจำนวนจริงเชิงภาพฉาย  $P_2$  คือระนาบในปริภูมิยูคลิดสามมิติ  $V$  ที่ผ่านไปตลอด ยกเว้นจุดกำเนิด

□

**ทฤษฎีบท 1.** ในระนาบจำนวนจริงเชิงภาพฉาย จุด 2 จุดที่แตกต่างกันจะกำหนดเส้นได้เส้นเดียวที่ผ่านจุด 2 จุดนี้ เส้น 2 เส้นที่แตกต่างกันจะกำหนดจุดได้จุดเดียวที่ผ่านเส้น 2 เส้นนี้

□

ทฤษฎีที่สำคัญที่เกี่ยวกับเพอร์สเปกทีฟของจุดและเส้นมีดังนี้

**บทนิยาม 3.** สามเหลี่ยมใดๆ 2 รูป เป็นเพอร์สเปกทีฟจากจุด (perspective from a point) ถ้ากำหนดให้เส้นตรงที่สอดคล้องกับจุดยอดเข้าคู่กันมีจุดตัดร่วมกันได้

สามเหลี่ยมใดๆ 2 รูป เป็นเพอร์สเปกทีฟจากเส้น (perspective from a line) ถ้ากำหนดให้จุดที่สอดคล้องกับเส้นเข้าคู่กันจะมีด้านตัดร่วมกันได้

□

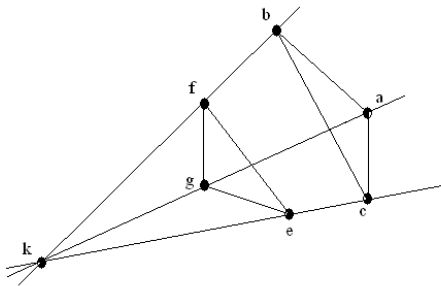
เพอร์สเปกทีฟจากจุดและเพอร์สเปกทีฟจากเส้นอธิบายได้ดังภาพต่อไปนี้ ภาพที่ 8 เป็นเพอร์สเปกทีฟจากจุด  $\Delta abc$  และ  $\Delta efg$  มีเส้นตรงที่สอดคล้องกับจุดยอดเข้าคู่กันคือ  $ab$  กับ  $gf$ ,  $ac$  กับ  $ge$  และ  $bc$  กับ  $fe$  เข้าคู่กัน จุด  $k$  เป็นจุดที่  $\Delta abc$  และ  $\Delta efg$  เป็นเพอร์สเปกทีฟกัน

ภาพที่ 9 เป็นเพอร์สเปกทีฟจากเส้น  $\Delta abc$  และ  $\Delta efg$  มีจุด  $s, t$  และ  $u$  เป็นจุดที่กำหนดโดยด้านที่สอดคล้องของสามเหลี่ยมทั้ง 2 นั้นตัดกัน ดังนั้น  $\Delta abc$  และ  $\Delta efg$  เป็นเพอร์สเปกทีฟกัน

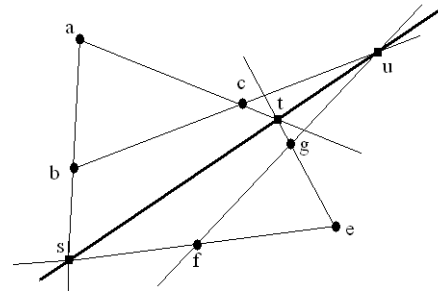
เพอร์สเปกทีฟจากจุดและเพอร์สเปกทีฟจากเส้นเกิดขึ้นได้ทั้ง 2 แบบ โดยมีทฤษฎีกล่าวได้ดังทฤษฎีบทที่ 2 ดังต่อไปนี้

**ทฤษฎีบท 2.** สามเหลี่ยมใดๆ 2 รูป เป็นเพอร์สเปกทีฟจากจุด ก็ต่อเมื่อสามเหลี่ยม 2 รูปนั้นเป็นเพอร์สเปกทีฟจากเส้น

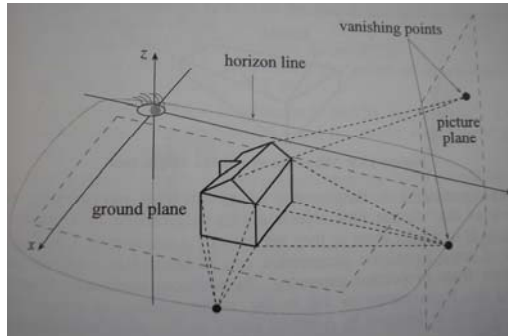
□



ภาพที่ 8. แสดงเพอร์สเปคทีฟจากจุด



ภาพที่ 9. แสดงเพอร์สเปคทีฟจากเส้น



ภาพที่ 10. แสดงองค์ประกอบที่สำคัญของเพอร์สเปคทีฟ

ที่มา: (Henle, 2001, p.145)

## ส่วนประกอบของภาพเพอร์สเปคทีฟ

ภาพเพอร์สเปคทีฟเป็นภาพที่ให้ความรู้สึกมีความลึกให้ความคุ้นตาเป็นไปตามธรรมชาติที่มองเห็น ส่วนประกอบของภาพเพอร์สเปคทีฟประกอบด้วย (ภาพที่ 10)

1. เส้นแผ่นระนาบ (picture plane) คือเส้นระนาบเพื่อที่จะเขียนภาพ หรือระนาบที่จะเขียนภาพ หรือ คือแผ่นกระดาษนั่นเอง

2. เส้นพื้น (ground line) คือพื้นห้อง หรือ เส้นพื้นโลกที่วัตถุวางอยู่

3. เส้นระดับตา (horizon line) คือเส้นที่ขนานกับเส้นพื้นและจะขึ้นลงได้ ถ้ามองจากที่สูงหรือต่ำ เป็นเส้นสำคัญที่จุดรวมสายตา (vanishing point) จะอยู่บนเส้นนี้

4. จุดมอง (station point) คือตำแหน่งที่มอง ถ้าจุดมองอยู่ใกล้วัตถุเกินไปจะทำให้เกิดภาพประหลาดได้

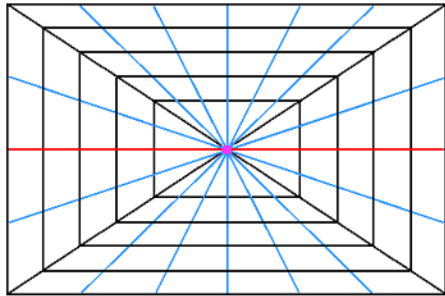
ภาพเพอร์สเปคทีฟมีลักษณะ 3 แบบ (ภาพที่ 11– 15) คือ

แบบที่ 1. เพอร์สเปคทีฟจุดเดียว (one - point perspective) หรือแบบขนาน (parallel perspective) จะมีเส้นขนาน 2 ชุด คือชุดที่ 1 จะขนานกับเส้นแผ่นระนาบ และชุดที่ 2 จะตั้งฉากกับเส้นแผ่นระนาบ

แบบที่ 2. เพอร์สเปคทีฟ 2 จุด (two - point perspective) จะมีจุดรวมสายตา 2 จุด สำหรับเส้นคู่ขนาน 2 ชุด แต่ละชุดไปบรรจบที่จุดรวมสายตาของแต่ละจุด

แบบที่ 3. เพอร์สเปกทีฟ 3 จุด (three - point perspective) จะมีเส้นขนาน 3 ชุด ทำมุมกับเส้นแผ่น

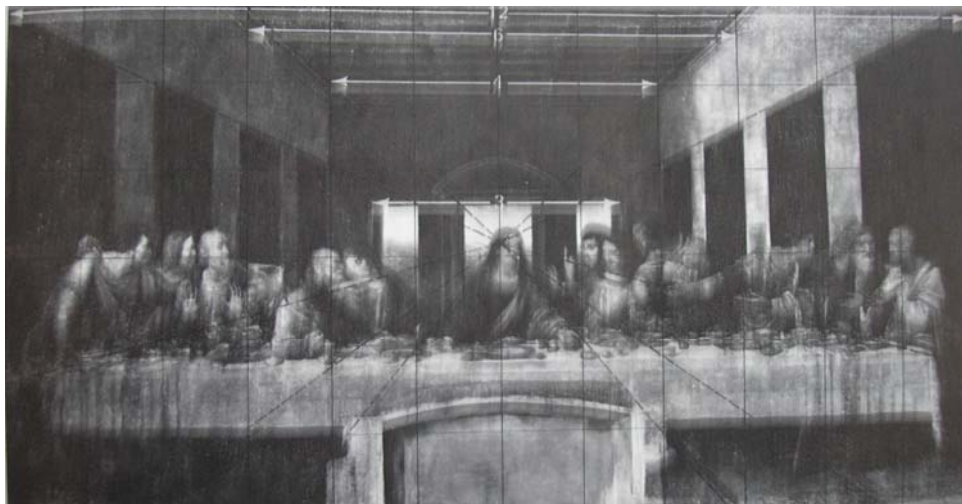
ระนาบทั้งหมด จึงเกิดจุดรวมสายตา 3 จุด



ภาพที่ 11. แสดงเพอร์สเปกทีฟจุดเดียว

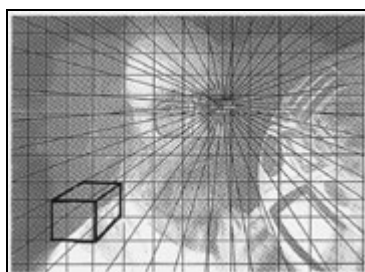


ภาพที่ 12. แสดงเพอร์สเปกทีฟจุดเดียว

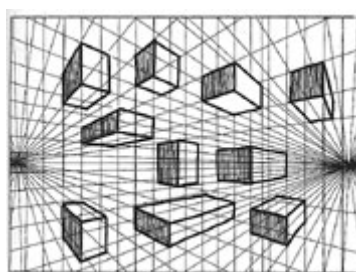


ภาพที่ 13. อาหารเย็นมื้อสุดท้าย (The Last Supper) โดยเลโอนาร์โด ดา วินชี (Leonardo Da Vinci) แสดงเพอร์สเปกทีฟจุดเดียว

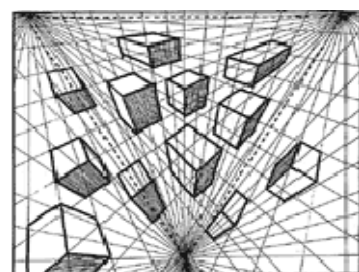
ที่มา : (Horst de la Croix, 1975, p. 479)



ก



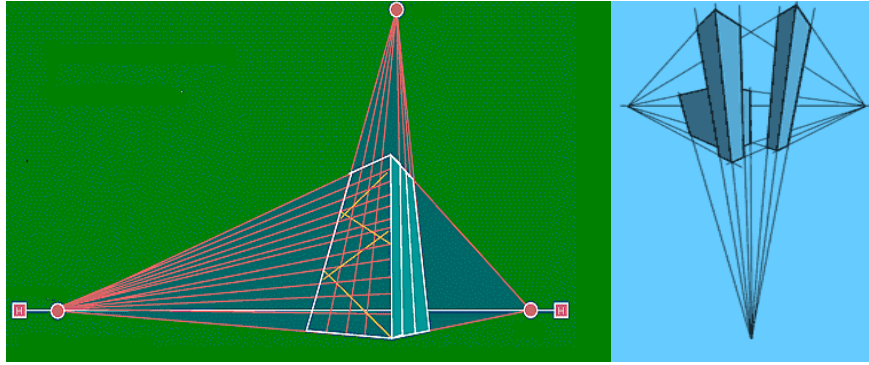
ข



ค

ภาพที่ 14. ก. เพอร์สเปกทีฟจุดเดียว ข. เพอร์สเปกทีฟ 2 จุด ค. เพอร์สเปกทีฟ 3 จุด

ที่มา : (<http://www.termespheres.com>)



ก

ข

ภาพที่ 15. (ก) และ (ข) แสดงเพอร์สเปคทีฟ 3 จุด

ที่มา : (<http://studiochalkboard.evansville.edu/lp-ex3.html>)

## บทสรุป

เพอร์สเปคทีฟเป็นเรื่องของภาพที่มองเห็น  
 ด้านต่างๆ ทุกด้าน โดยเฉพาะภาพทิวทัศน์จะเห็น  
 เป็นภาพลึกลับจริงตามธรรมชาติมา เพอร์สเปคทีฟ  
 เป็นการประยุกต์ทางเรขาคณิตภาพฉายซึ่งเป็นสาขา  
 หนึ่งคณิตศาสตร์ มีประโยชน์สำหรับนัก  
 คอมพิวเตอร์ที่นำไปใช้เขียนโปรแกรมเกี่ยวกับภาพ  
 3 มิติ เพื่อช่วยออกแบบโดยเฉพาะด้านการสร้าง  
 ภาพยนตร์ และการโฆษณา นอกจากนี้เขียนแบบ  
 ออกแบบมีการใช้เพอร์สเปคทีฟเขียนภาพ เขียน  
 แบบโครงสร้างอาคาร และเขียนรูปภาพ ซึ่งได้ภาพ  
 มองเห็นได้ทุกด้าน

## เอกสารอ้างอิง

Henle, M. (2001). **Modern Geometries**. NJ:

Prentice.

Horst de la Croix. (1975). **Art Through The Ages**.

NY: Harcourt.

<http://en.wikipedia.org>.

<http://studiochalkboard.evansville.edu/lp-ex3.html>

[http://www.ider.herts.ac.uk/school/coursewar](http://www.ider.herts.ac.uk/school/courseware/graphics/three_point_perspective.html)

[e/graphics/three\\_point\\_perspective.html](http://www.ider.herts.ac.uk/school/courseware/graphics/three_point_perspective.html)

<http://www.termespheres.com/perspective.html>

[www.senia.com/.../2007/06/perspective.jpg](http://www.senia.com/.../2007/06/perspective.jpg)

ชวลิต ดาบแก้ว และ สุภาวดี เหมทานนท์.(2541).

การเขียนทัศนียภาพ. ดีแอล เอส.